

机器人的平面曲线轨迹规划方法

王卫忠^{1,2}, 赵杰¹, 高永生¹, 蔡鹤皋¹

(1. 哈尔滨工业大学 机器人研究所, 哈尔滨 150001, E-mail: wangwz4@hit.edu.cn

2. 烟台大学 机电汽车工程学院, 山东 烟台 264005)

摘要: 提出了一种满足笛卡尔空间与关节空间混合约束的机器人平面曲线轨迹规划方法. 在笛卡尔空间讨论了控制节点的选取, 节点间运动时间的分配, 以及规划轨迹与要求轨迹的位置偏差和姿态偏差的估计方法; 在关节空间讨论了三次样条函数插值及满足关节速度、加速度及力矩约束的方法. 根据规划轨迹与要求轨迹偏离情况, 非均匀地插入控制节点. 通过增加有限的控制节点, 有效地控制偏差, 减少计算量. 给出了完整的平面曲线轨迹规划算法. 仿真实例验证了算法的有效性和可行性.

关键词: 机器人轨迹规划; 平面曲线; 关节空间; 笛卡尔空间; 三次样条插值

中图分类号: TP242.2

文献标识码: A

文章编号: 0367-6234(2008)03-0389-04

An approach for robot plane curve trajectory planning

WANG Wei-zhong², ZHAO Jie¹, GAO Yong-sheng¹, CAI He-gao¹

(1. Robotics Institute, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China, E-mail: wangwz4@hit.edu.cn

2. School of Mechatronics and Automobile Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: An approach for robot plane curve trajectory planning was proposed, which satisfies the mixed constraints in both Cartesian space and joint variable space. In the Cartesian space, the determination of control knot points, the time assignment among the knots, and the deviation estimation between the planned trajectory and the desired trajectory were discussed. And in the joint variable space, cubic spline polynomials fitting to the segment between two adjacent knots were discussed and the methods to satisfy the joint physical constraints (the velocity, acceleration, and torque constraints) were studied. According to the deviation between the planned trajectory and the desired trajectory, knot points were inserted unevenly among the predetermined knots. Thus the deviation was decreased significantly by adding small number of knots. At last, an algorithm for plane curve trajectory planning was presented in detail. A typical industrial robot trajectory planning example was given to demonstrate the effectiveness of this method.

Key words: robot trajectory planning; plane curve; Cartesian space; joint variable space; cubic spline interpolation

轨迹规划是指操作机沿预定的轨迹产生一系列关节变量 $\{q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)\}$ 的时间序列, 区别于路径规划, 强调了时间性. 轨迹规划可以在笛卡尔空间进行, 也可以在关节空间进行. 由于路径约束一般是在笛卡尔坐标中给定的, 而关节驱动是在关节坐标中受控制的, 因此规划的轨迹应

满足在两个不同坐标系的混合约束. 目前直线轨迹规划得到较好解决^[1,2], 文献[3-4]对相贯线、圆弧等曲线的轨迹规划也进行了相关研究, 文献[5]研究了机器人在焊接和喷涂中的轨迹规划问题, 文献[6]研究了采用有理 Frenet-Serret 曲线进行轨迹插值的方法, 考虑速度、加速度约束的优化轨迹规划方法也得到了研究^[7,8].

本文针对平面曲线的特点, 讨论了机器人一般平面曲线的轨迹规划方法. 在笛卡尔空间讨论了关键控制节点的选取, 分段轨迹运动时间的确

收稿日期: 2006-03-24

作者简介: 王卫忠(1971-), 男, 博士, 讲师;

赵杰(1968-), 男, 教授, 博士生导师;

蔡鹤皋(1934-), 男, 教授, 中国工程院院士.

定以及实际规划轨迹与理想轨迹偏差的估计方法;在关节空间讨论了三次样条插值,满足关节空间物理约束(关节电机的速度、加速度及力矩或力极限)的方法.给出了完整的平面曲线轨迹规划算法流程.算法的核心是根据规划的轨迹与要求的轨迹偏离情况,非均匀地插入控制节点.通过增加有限的控制节点有效地控制偏差,减少计算量.最后通过一个典型工业机器人的仿真实例,验证了算法的可行性.

1 轨迹规划在笛卡尔空间与关节空间的描述

1.1 在笛卡尔空间轨迹规划解决的问题

1.1.1 平面曲线上初始控制节点的选取

笛卡尔空间的路径约束由函数描述或一系列离散点来体现,并由运动学逆解转换到关节空间,为了提高实时处理速度,这些控制节点应该尽量少而有效.在函数性态分析的基础上,可以确定平面曲线的关键点:与函数单调性有关的驻点,与图形凹向性有关的拐点及一阶导数不存在的分界点.如图 1 所示.由这些关键点可将曲线初步分段,以保证每段曲线的单调性和凹向性不变.根据曲线的长度,在这些关键点中再适当插入控制节点,由这些节点形成初始的控制节点.

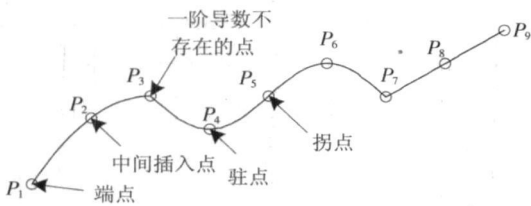


图 1 平面曲线的初始控制节点

1.1.2 分段曲线运动时间的分配

笛卡尔空间与关节空间为非线性映射,但以分段曲线占整个曲线弧长的比例来分配运动时间是合理的.基本上保证了在笛卡尔空间内机器人末端执行器线速度的均匀.

1.1.3 规划曲线与要求曲线偏差的估计

把笛卡尔空间控制节点的约束转换到关节空间,在关节空间进行插值,规划各关节的运动后再映射到笛卡尔空间时,规划轨迹与理想轨迹的位置与姿态偏差应在给定的范围内.

关节插值轨迹与理想轨迹在节点 P_i 与 P_{i+1} 之间类似于非均匀弦的下垂情况,在两端节点 P_i 和 P_{i+1} 处重合,而在中间某点偏离最大^[2].对于位置偏差,如图 2 所示,理想曲线(实线)在一个平

面内,规划曲线(虚线)在一般情况下则是一个空间曲线.若两曲线到两节点 P_i 、 P_{i+1} 连线的最大距离分别为 d_1 、 d_2 ,垂足为 P_{10} 、 P_{20} ,在此区间内的最大位置误差估计方法如下:

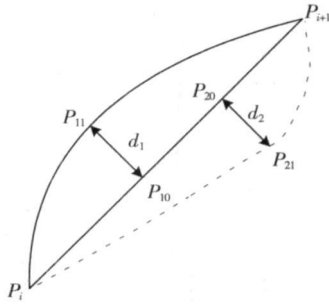


图 2 实际轨迹与理想轨迹位置偏差的估计

平面 $P_i P_{i+1} P_{10}$ 的法向量 $\eta_1 = P_i P_{i+1} \times P_{i+1} P_{10}$,平面 $P_i P_{i+1} P_{20}$ 的法向量 $\eta_2 = P_i P_{i+1} \times P_{i+1} P_{20}$,则两平面 $P_i P_{i+1} P_{10}$ 、 $P_i P_{i+1} P_{20}$ 的交角为

$$\alpha = \arccos((\eta_1 \cdot \eta_2) / (\|\eta_1\| \cdot \|\eta_2\|)).$$

考虑极限情况,当 $|P_{10} P_{20}| / |P_i P_{i+1}| = 1$ 时,偏差估计为 $D_1 = \max(d_1, d_2)$;当 $|P_{10} P_{20}| / |P_i P_{i+1}| = 0$ 时,偏差估计为 $D_0 = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2 d_1 d_2 \cos \alpha}$,因此,当 $|P_{10} P_{20}| / |P_i P_{i+1}| = \lambda$ 时,将估计偏差定义为

$$D = D_0 + (D_1 - D_0) \times \lambda. \quad (1)$$

对姿态偏差的估计,如果理想的姿态矩阵为 R_i ,规划轨迹的姿态为 R_j ,则姿态误差由式(2)中的 θ 来表示,应满足 $|\theta| \leq \theta_{\max}$, $\theta_{\max}$ 为规定的最大位姿偏差.如果仅知道理想轨迹在某些节点上的姿态,则其他位置的姿态可由四元数表示的球面线性插值的 slerp 公式来计算^[9].

$$\text{Rot}(\eta, \theta) = R_0^{-1} R_j. \quad (2)$$

式中: $\text{Rot}(\eta, \theta)$ 是将姿态由 R_0 变为 R_j 而绕矢量 η 转 θ 角的旋转.

1.2 在关节空间轨迹规划解决的问题

1.2.1 关节空间的三次样条插值

在笛卡尔空间确定的控制节点通过运动学逆解转换到关节空间的关节变量,再根据各控制节点的时刻,进行三次样条插值(两端点的边界条件是一阶导数即初始和终止角速度为零),得到关节空间各关节的角位移、角速度、角加速度的时间序列 $\{q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)\}$.采用三次样条插值函数,可以保证关节变量及其前二阶时间导数的连续性,使规划的关节轨迹是光滑的,并且低次多项式可减少额外的运动^[11].另外,样条插值函数在节点加密时,它和它的导函数能在整个插值区间上充分靠近被插函数^[10].

1.2.2 关节空间物理约束的满足

考虑操作机的动力学约束,即每个关节的驱动力矩会饱和,不可能提供非常大的力矩和力,规划的关节运动要受制于每个关节的速度、加速度和加加速度(加速度的变化率)最大值的约束,否则会产生很大的跟踪误差。

如果两个控制节点间规划的轨迹超过上述关节的物理约束,则增加此段及前后相邻段的运动时间,或者单纯增加总的运动时间,或者从其他段挪借,即节点间运动时间的再分配。在规定的时间内完成任务的前提下,使各关节的力矩、加速度、速度的最大值尽可能小。

2 平面曲线轨迹规划算法描述

规划合理的轨迹应满足两个不同坐标系的混合约束。平面曲线的轨迹规划算法描述如下:

- 1) 确定平面曲线的关键点,在笛卡尔空间确定初始控制节点。
- 2) 计算控制节点间曲线的弧长,按比例分配节点间的运动时间(取为控制采样周期的整数倍)。通过运动学逆解确定节点在关节空间对应的关节变量。
- 3) 在关节空间进行控制节点之间的轨迹规划,产生关节空间初步的角位移时间序列 $\{q_i\}$ 。
- 4) 通过运动学正解再转换到笛卡尔空间,对节点间的曲线进行误差估计,若超差,则在相应曲线段的中点插入控制点,转到 2) 继续;若每段曲线均不超差,则转到 5)。
- 5) 进行关节空间物理约束的检验和运动时间的调整,得到最终规划的关节控制变量的时间序列 $\{q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)\}$,作为控制系统的输入变量。

3 仿真实例

以 AdeptCobra600的参数为例,对如图 1 所示的曲线进行轨迹规划,机器人的结构及主要参数如图 3 所示^[11],各关节的运动参数如表 1 所示。曲线由三段构成,一段为抛物线,一段为正弦曲线,一段为直线。末端执行器的姿态保持为接近矢量沿 z 轴负方向,法向矢量沿 y 轴方向。规划总的运动时间为 5 s;估计偏差不超过 0.5 mm。

图 4~7 表示规划轨迹的结果。图 4 是要要求的轨迹与实际轨迹的对比,图 5 表示各关节的角位移,角速度与角加速度。图 6 表示规划曲线与要求曲线的位置偏离误差,SCARA 类型机器人的结构特点能够保证姿态误差很小。图 7 表示在笛卡尔空间末端执行器的线速度,可见在曲线的转折处,

为减少关节角速度和角加速度而增加的时间,使机器人在笛卡尔空间的速度降低,保证以较小的偏差经过这些转折点。表 2 列出了计算过程中的节点数、估计偏差的大小,其中,最后一次对转折处角加速度较大的地方调整了时间。仿真结果表明上述算法可以使偏差很快减小。

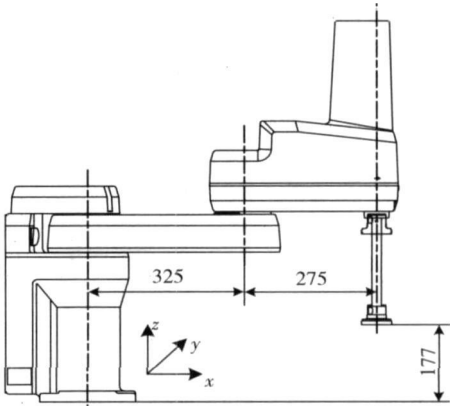


图 3 机器人 AdeptCobra 600 的结构及主要参数

表 1 机器人 AdeptCobra600 的关节运动参数

关节	关节角范围 / (°)	关节速度 / ((°) · s ⁻¹)
1	+/-105	360
2	+/-150	672
3	0~210 mm	1 100 mm/s
4	+/-360	1 200

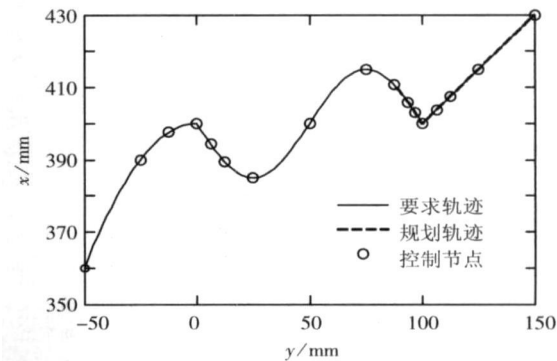
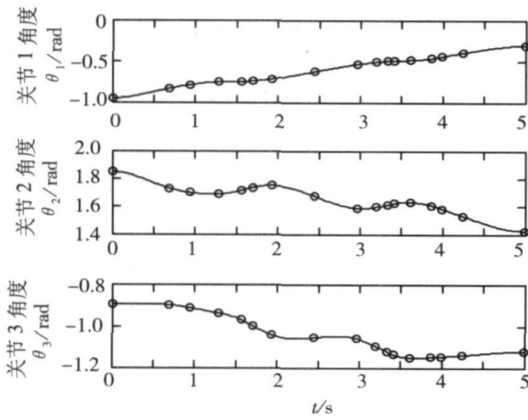


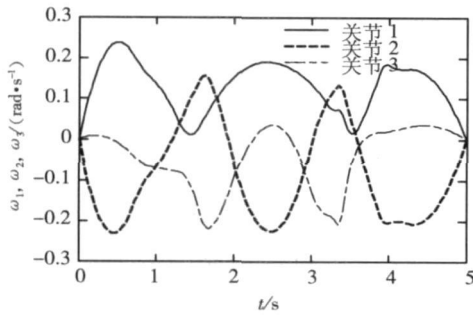
图 4 规划轨迹与要求的轨迹的对比及控制节点分布

表 2 控制节点数与最大偏差之间的关系

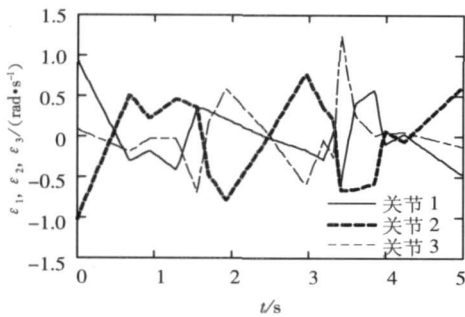
计算次数	控制节点数	最大偏差 d _{max} /mm
1	9	2.617
2	13	1.454
3	16	0.748
4	17	0.433



(a)角位移



(b)角速度



(c)角加速度

图 5 关节角位移、角速度、角加速度

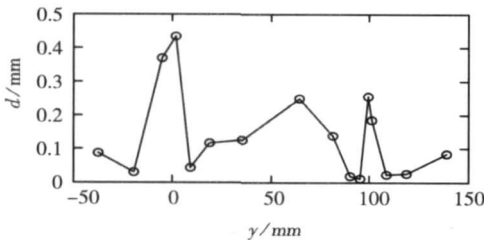


图 6 规划轨迹在各分段曲线上的估计偏差

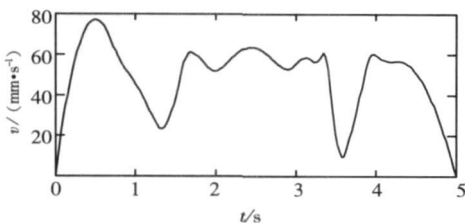


图 7 末端执行器的线速度

4 结 论

1)针对机器人平面曲线轨迹规划的特点,讨论了在笛卡尔空间与关节空间分别考虑的问题及处理方法。

2)由于笛卡尔空间与关节空间的非线性映射,经过笛卡尔空间选择控制节点→逆运动学→关节空间的节点→三次样条插值生成关节变量的时间序列→运动学正解→笛卡尔空间规划的轨迹这一过程,得到的规划曲线与理想曲线有时会“贴合”,此时只需较少的控制节点;有时二者会“背离”,这时则需要较多的控制节点来限制。

3)在提出适合平面曲线的轨迹偏差估计方法的基础上,采用基于偏差控制的非均匀节点选择插入方法,以较少的节点来有效地控制偏差,从而减少计算量,提高了计算效率。

参考文献:

- [1] FU K S, GONZALEZ R C, LEE C S G. Robotics Control Sensing Vision and Intelligence [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1987.
- [2] 熊有伦,唐立新,丁汉,等. 机器人技术基础 [M]. 武汉:华中理工大学出版社, 1996.
- [3] 付西光,颜国正. 7-DOF核工业机器人的轨迹规划与仿真[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(8): 1948-1950.
- [4] 吴镇伟,谈大龙. 机械手空间圆弧运动的一种有效轨迹规划方法[J]. 机器人, 1999, 21(1): 8-11.
- [5] ELLEKILDE L P, HERRAM J W. Tool center trajectory planning for industrial robot manipulators using dynamical systems[J]. The International Journal of Robotics Research, 2005, 24: 385-396.
- [6] RAVANI Reza, MEGHDARI Ali. Velocity distribution profile for robot arm motion using rational Frete-Serret curves[J]. Informatica, 2006, 17(1): 69-84.
- [7] ELNAGAR A, HUSSEN AM. Acceleration-based optimal trajectory planning in 3D environments[C]//Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, New Jersey [USA], 1998: 1491-1496.
- [8] TMAR S D, FAROUKI R T, BOYADJEFF C L. Time-optimal feedrates along curved paths for Cartesian CNC machines with prescribed bounds on axis velocities and accelerations[J]. International Journal of Robotics and Automation, 2007, 22: 112-125.
- [9] CORKE P J. A robotics toolbox for MATLAB[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 1996, 3(1): 24-32.
- [10] 邓建中,刘之行. 计算方法 [M]. 第2版. 西安:西安交通大学出版社, 2001.
- [11] Adept Cobra 600/800 Robot Instruction Handbook EB/OL. [2006-03-12]. http://www.adept.com/main/KE/DATA/adept_title_index.htm (编辑 杨波)